

Processen en Processoren

David N. Jansen

31 januari 2012

Leerdoel

- opbouw van de hardware in een computer
- je constueert een (eenvoudige) processor
- je schrijft een (kort) assembly-programma
- je kunt uitleggen:
beginselen van computer-organisatie;
relatie tussen organisatie en instructies;
performance-verbetering.

Werkvormen

- hoorcollege op dinsdagochtend
 - lees het boek bij het betreffende college
- werkcollege op dinsdagmiddag en ?
 - wekelijkse huiswerkopgaven: inleveren op maandag; nabespreken in het werkcollege.
- af en toe practicum in de computerzaal
 - 1 februari: HADES-introductie;
 - 7 maart: vragenuurtje

Werkcollegegroepen

- dinsdag 15.45–17.30
- woensdag 10.45–12.30
- ~~donderdag 15.45–17.30?~~

Tijdsbesteding

Hoorcolleges + werkcolleges	$8 \times 2 + 7 \times 2 =$	30
Lezen	$8 \times 1 =$	8
Huiswerk	$7 \times 1 =$	7
Practicumopdracht	$4 \times 8 =$	32
Tentamen	$5 + 2 =$	7
Totaal (3 ec)	$3 \times 28 =$	84

Booleaanse algebra

Processen en Processoren
31 januari 2012

Booleaanse algebra

- (B, \wedge, \vee, \neg)
 - B is een verzameling
 - $a \wedge b =$ grootste element $\leq a$ en $\leq b$ conjunctie
 - $a \vee b =$ kleinste element $\geq a$ en $\geq b$ disjunctie
 - $\neg a =$ het element met $a \wedge \neg a = 0$
en $a \vee \neg a = 1$ negatie
- Bij ons is altijd $B = \{0, 1\}$

Waarheidstabellen

a	b	$a \wedge b$	$a \vee b$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

a	$\neg a$
0	1
1	0

- Idee: 0 = onwaar 1 = waar
 \wedge = en \vee = of
 \neg = niet

Booleaanse functie

- functie van B^n naar B
 - voorbeelden: \wedge , \vee , \neg , binair optellen
 - algemeen: functies met een waarheidstabel
- **Stelling (compleetheid van \wedge , \vee , \neg):**
elke Booleaanse functie
kan geschreven worden met \wedge , \vee , \neg

Booleaanse functies vereenvoudigen

- gebruik de wetten (volgende slide)
- disjunctieve normaalvorm:
niet de kortste vorm,
maar eenvoudig te construeren en gebruiken
- Karnaugh-diagrammen:
methode om DNV te verkorten

Wetten voor Booleaanse functies

Wet	Conjunctieve vorm	Disjunctieve vorm
Identiteit	$1 \wedge a = a$	$0 \vee a = a$
Nulelement	$0 \wedge a = 0$	$1 \vee a = 1$
Idempotentie	$a \wedge a = a$	$a \vee a = a$
Inverse	$a \wedge \neg a = 0$	$a \vee \neg a = 1$
Commutativiteit	$a \wedge b = b \wedge a$	$a \vee b = b \vee a$
Associativiteit	$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$	$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$
Distributiviteit	$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
Absorptie	$a \wedge (a \vee b) = a$	$a \vee (a \wedge b) = a$
De Morgan	$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$	$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$

Disjunctieve normaalvorm

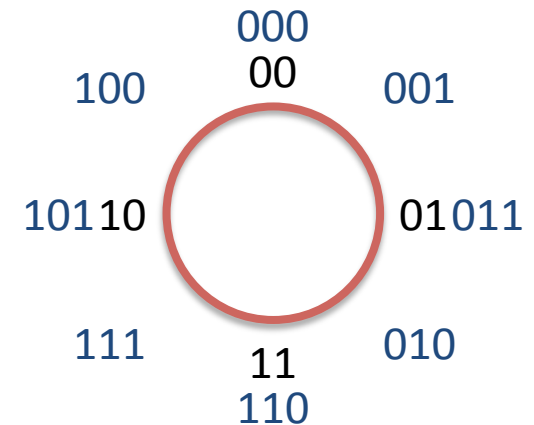
- disjunctie van maximale conjuncties
 - (maximale conjunctie = conjunctie waarin alle gebruikte variabelen precies één keer staan)
 - voorbeelden:
 $(a \wedge b \wedge \neg c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c)$
 $a \wedge b \wedge c$
 - geen voorbeelden:
 $(a \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c)$
 $(a \wedge b \wedge \neg c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee \neg(a \wedge \neg b \wedge c)$

Functies in DNV opschrijven

1. gebruik De Morgan [$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$]
om alle negaties naar literalen te brengen
 - litaal = propositieletter a, b
of negatie van propositieletter $\neg a, \neg b$
2. gebruik distributiviteit [$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$]
om een disjunctie van conjuncties te krijgen
3. voeg variabelen toe met identiteit en inverse
[$b = (a \vee \neg a) \wedge b = (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)$]

Karnaugh-diagram

- Gray-code = cirkel/lijst van binaire getallen waarin twee opeenvolgende getallen maar 1 bit verschillen



- maak waarheidstabel in volgorde van Gray-code
- tabel-items onder of naast elkaar kun je dan samenvoegen

Karnaugh-diagram: voorbeeld 1

- $F = (\neg a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (a \wedge b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\neg a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge c)$
- $F = c \vee b \vee \neg a$

	ab =			
	00	01	11	10
c=0	1	1	1	0
c=1	1	1	1	1

Karnaugh-diagram: voorbeeld 2

$$f(a,b,c,d) = \neg a \wedge \neg b \wedge \neg c \wedge \neg d \vee \neg a \wedge \neg b \wedge c \wedge \neg d \vee$$

$$\neg a \wedge b \wedge \neg c \wedge \neg d \vee \neg a \wedge b \wedge \neg c \wedge d \vee$$

$$\neg a \wedge b \wedge c \wedge \neg d \vee a \wedge \neg b \wedge \neg c \wedge \neg d \vee$$

$$a \wedge \neg b \wedge c \wedge \neg d \vee a \wedge b \wedge c \wedge \neg d \vee$$

$$a \wedge b \wedge c \wedge d$$

$$\neg a \wedge b \wedge \neg c$$

$$\vee a \wedge b \wedge c$$

$$\vee c \wedge \neg d$$

$$\vee \neg b \wedge \neg d$$

		a=0		a=1		a=0			
		b=0	b=1	b=0	b=0	b=1			
c=0	d=0	1	1	0	1	1	1	0	
	d=1	0	1	0	0	0	1	0	
c=1	d=0	0	0	1	0	0	0	1	
	d=1	0	0	1	0	0	0	1	
c=0	d=0	1	1	0	1	1	1	0	
	d=1	0	1	0	0	0	1	0	
		0	0	1	0	0	0	1	

Karnaugh-diagram: voorbeeld 2

$$f(a,b,c,d) = \neg a \wedge \neg b \wedge \neg c \wedge \neg d \vee \neg a \wedge \neg b \wedge c \wedge \neg d \vee$$

$$\neg a \wedge b \wedge \neg c \wedge \neg d \vee \neg a \wedge b \wedge \neg c \wedge d \vee$$

$$\neg a \wedge b \wedge c \wedge \neg d \vee a \wedge \neg b \wedge \neg c \wedge \neg d \vee$$

$$a \wedge \neg b \wedge c \wedge \neg d \vee a \wedge b \wedge c \wedge \neg d \vee$$

$$a \wedge b \wedge c \wedge d$$

$$\neg a \wedge b \wedge \neg c$$

$$\vee a \wedge b \wedge c$$

$$\vee \neg a \wedge \neg d$$

$$\vee \neg b \wedge \neg d$$

		a=0		a=1		a=0			
		b=0	b=1	b=0	b=0	b=1			
c=0	d=0	1	1	0	1	1	1	0	
	d=1	0	1	0	0	0	1	0	
c=1	d=0	1	1	1	1	1	1	1	1
	d=1	0	0	1	0	0	0	0	1
c=0	d=0	1	1	0	1	1	1	1	0
	d=1	0	1	0	0	0	1	0	
		0	0	1	0	0	0	0	1

Aan de slag:

teken je eigen Karnaugh-diagram

$$f(a,b,c,d) = a \wedge b \wedge \neg c \wedge \neg d \vee \neg a \wedge \neg b \wedge \neg c \wedge d \vee$$
$$a \wedge b \wedge \neg c \wedge d \vee a \wedge \neg b \wedge \neg c \wedge d \vee$$
$$\neg a \wedge \neg b \wedge c \wedge d \vee \neg a \wedge b \wedge c \wedge d \vee$$
$$a \wedge \neg b \wedge c \wedge d$$

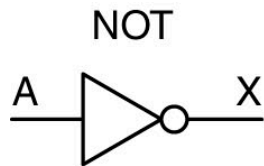
$$= a \wedge b \wedge \neg c \vee$$
$$\neg a \wedge c \wedge d \vee$$
$$\neg b \wedge d$$

		a=0		a=1	
		b=0	b=1	b=0	b=1
c=0	d=0	0	0	1	0
	d=1	1	0	1	1
c=1	d=0	1	1	0	1
	d=1	0	0	0	0

Wat heeft dat te maken
met computers?

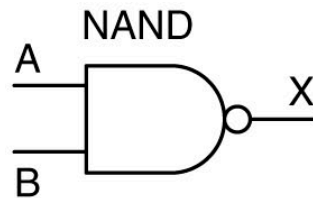
Gates

- grafische presentatie van Booleaanse functies



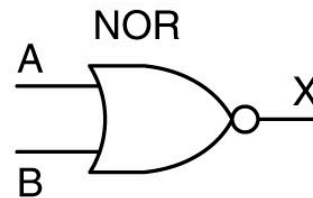
A	X
0	1
1	0

(a)



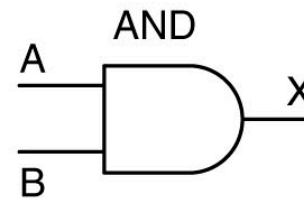
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(b)



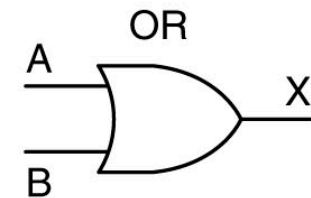
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

(c)



A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(d)



A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(e)

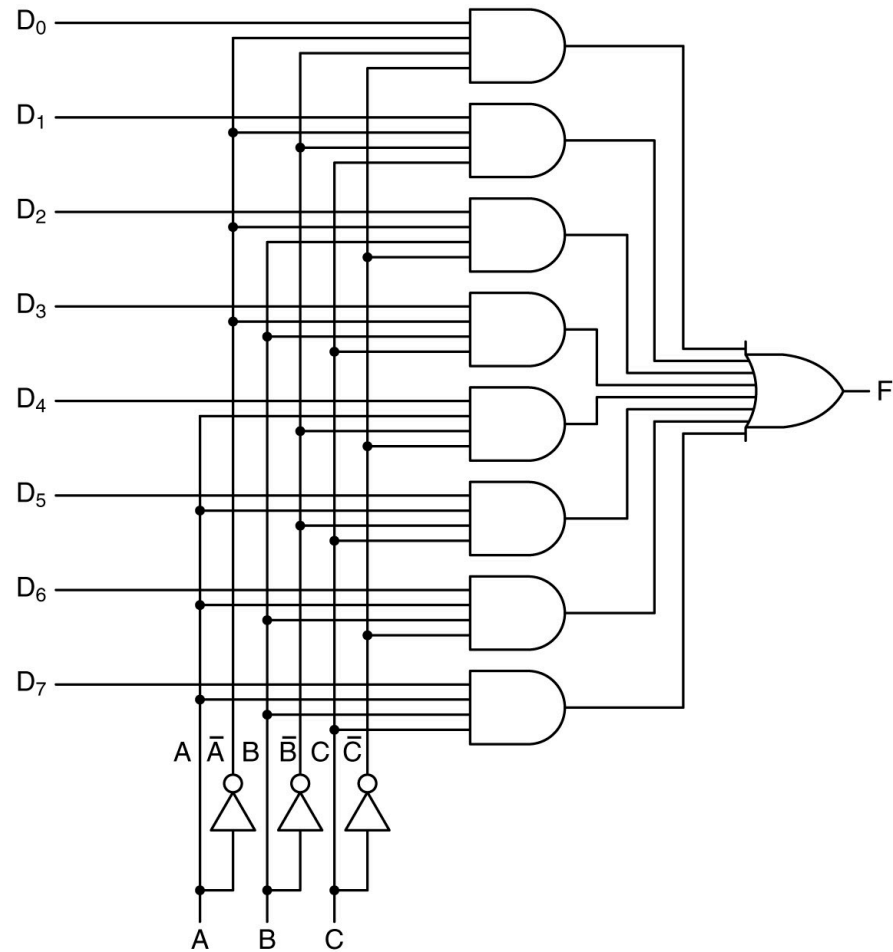
Gates in de computer

- Kies een voltage voor 0 en 1
 - meestal $0 = 0-1$ V; $1 = 3-5$ V
- gates opbouwen uit transistoren
 - eenvoudigste gates: NOT, NAND, NOR
1–2 transistoren omschakeltijd: ca. 10 nsec
 - ingewikkeldere gates: AND, OR
3–4 transistoren omschakeltijd ca. 20 nsec

Voorbeelden van Booleaanse functies

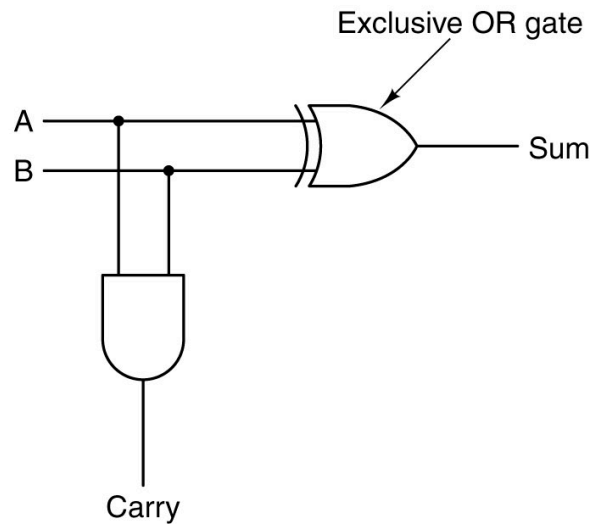
- multiplexer
- half-addeerwerk
- addeerwerk
- PLA = programmable logic array

Multiplexer

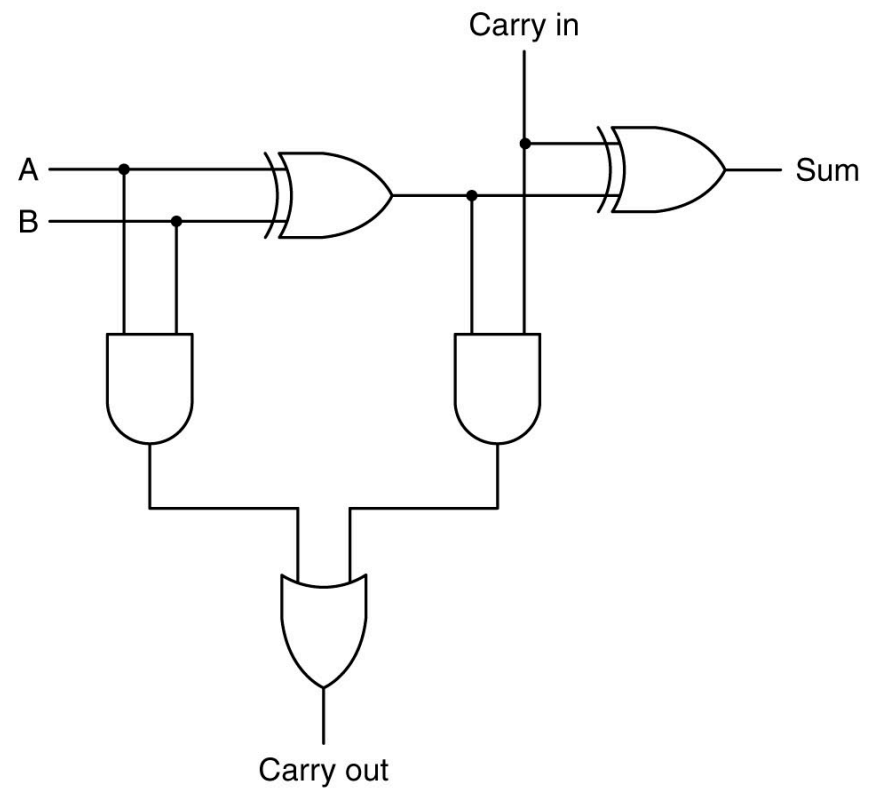


Addeerwerk

Half addeerwerk



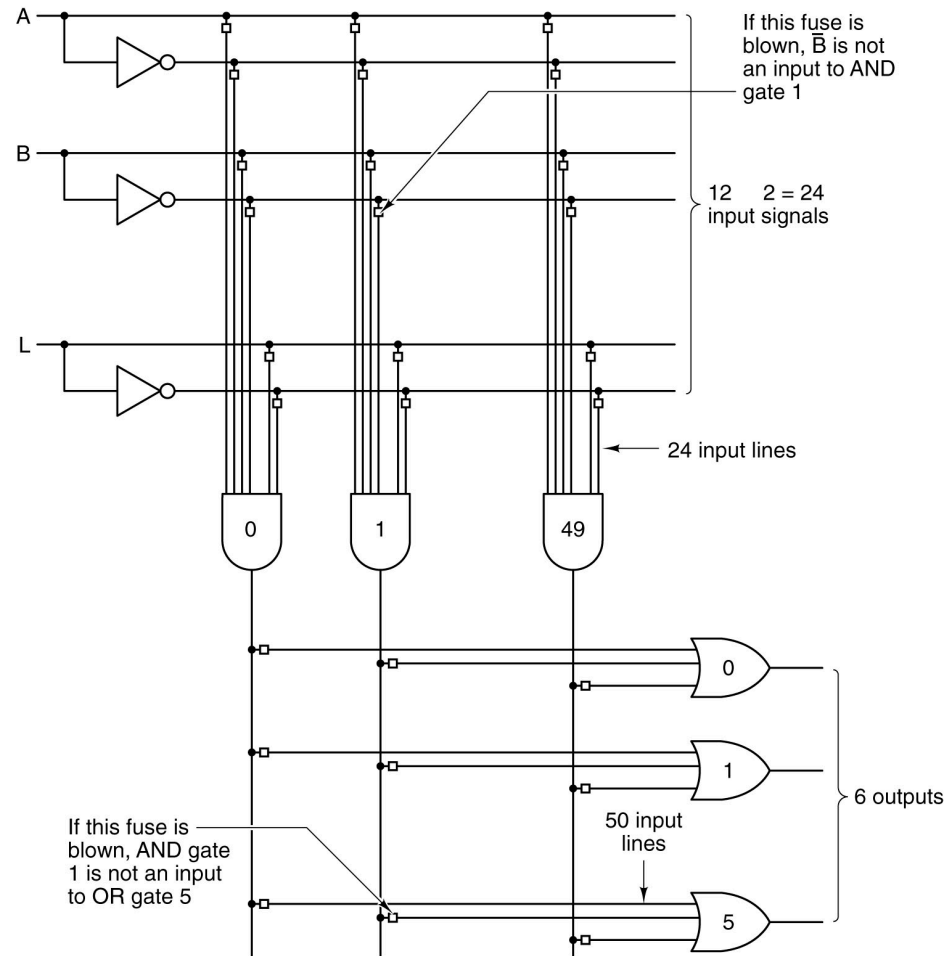
Volledig addeerwerk



PLA

- algemeen circuit,
geschikt voor willekeurige Booleaanse functie
- functie in DNF \rightarrow programmering van PLA

Opbouw van een PLA



Samenvatting

- Booleaanse algebra
 - $B = \{0,1\}$, \wedge , \vee , \neg
 - elke Booleaanse functie $f: B^n \rightarrow B$ kan met \wedge , \vee , \neg geschreven worden
 - disjunctieve normaalvorm als standaardvorm
- Gates
 - grafische presentatie van Booleaanse functies
 - schakelingen voor \wedge , \vee , \neg , NAND, NOR
 - algemene schakeling: PLA