

# Processoren 2014

## Week 1: Combinatorische logica

Uiterste inleverdatum: 17 november

- 1) In het college zijn we de EXOR operator al tegengekomen:

$$a \oplus b = a.\bar{b} + \bar{a}.b$$

Een variant daarvan is de coincidentieoperator (ook wel bekend als de EXNOR):

$$a \odot b = a.b + \bar{a}.\bar{b}$$

Toon met de regels van de Booleaanse algebra aan dat:

- $a \odot b = b \odot a$
- $a \odot a = 1$
- $a \odot 0 = \bar{a}$
- $a \odot 1 = a$
- $a \odot b = \overline{a \oplus b}$
- $a \odot (b \odot c) = (a \odot b) \odot c$
- $a \odot b \odot c = a \oplus b \oplus c$

- 2) Beschouw de volgende functiedefinitie:

$$SSQ : (0..3) \times (0..3) \rightarrow (0..15)$$

$$SSQ(x, y) = (x^2 + y^2) \text{ mod } 16$$

Ontwerp een combinatiele schakeling die deze functie realiseert. Representeer  $x$ ,  $y$  en  $(x^2 + y^2) \text{ mod } 16$  in de gebruikelijke binaire notatie en bepaal voor elk uitvoerbit een minimale som van producten.

- 3) Het komt vaak voor dat van een circuit slechts een partiële waarheidstabel bekend is. In zo'n geval noteert men voor de gewenste uitkomst een x ipv. een 0 of 1 (Dit heet dan een don't care waarde) voor die inputcombinaties die niet voor kunnen komen (of waarin men eigenlijk niet in de uitkomst geïnteresseerd is).

Om dan toch met Karnaughdiagrammen een minimale schakeling te kunnen vinden markeer je de bijbehorende vakjes met een x. Deze vakjes mag je meenemen om zo groot mogelijke delen van een Karnaughdiagram te markeren om zo literals uit te sparen.

Zij gegeven de volgende waarheidstabel voor de volgende partiële functie:

a	b	c	d	u
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	x
0	1	0	0	x
0	1	0	1	0
0	1	1	0	x
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	x
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Teken een Karnaughdiagram voor bijbehorende waarheidstabel en leid een minimale som van producten voor deze booleaanse functie af.

- 4) Een bekend puzzeltje is het probleem van de boer (B), wolf (W), geit (G) en kool (K), die een slootje willen oversteken middels een bootje waarin helaas maar twee passen. Als de boer niet in het gezelschap van de wolf en geit is, wil de wolf de geit wel opeten en als hij niet in het gezelschap van de geit en kool is dan legt de laatste het loodje.

Middels een combinatorische schakeling willen we het probleem simuleren. Stel dat we voor elk van de gegeven variabelen een schakelaar maken die een 0 afgeeft als deze (in overdrachtelijke zin) aan deze kant van het slootje is en een 1 als deze aan de overzijde is. We willen nu een schakeling die een 1 afgeeft als er opeetgevaar dreigt.

- a) Formaliseer deze omschrijving door middel van een waarheidstabel.
- b) Teken een bijbehorend Karnaughdiagram voor dit circuit en geef de minimale som van producten.
- c) Teken deze schakeling in Hades en verifiëer dat je waarheidstabel op de correcte wijze door dit circuit gerealiseerd wordt.